DL N°6 **PROF: ATMANI NAJIB** **TCS**

devoir libre de préparation pour le devoir surveillé n°6 sur

Le PRODUIT SCALAIRE

Exercice1 : Soit ABC un triangle isocèle en A tel que : $\cos(B\hat{A}C)=\frac{1}{4}$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16$.

I un point tel que : $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et J le milieu du segment $[BC]$

Et soit la droite (Δ) qui passe par I

et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E\in(\Delta)$

1) Construire une figure.
2) Montrer que : $AB=8$ et calculer BC .
3) Calculer : $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}$
4) Montrer que : $\overrightarrow{EB}\cdot\overrightarrow{AB}=48$
5) Calculer : AJ

Exercice2 : Soit ABC un triangle isocèle en B tel que : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=12$ et $\cos(AB\hat{C})=\frac{1}{3}$ et J un point tel que :

$\overrightarrow{BJ}=\frac{5}{4}\overrightarrow{BA}$ et I le milieu du segment $[AC]$ et soit la droite (Δ) qui passe par J

et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E\in(\Delta)$

Et soit $M\in(\Delta)$

1) Montrer que : $AB=6$ et calculer AC
2) Calculer : $\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{BA}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AB}=45$
4) Calculer : BI

Exercice3 : Soit ABC un triangle tel que

et $AB=2\sqrt{2}$ et $AC=3$ et $BAC=\frac{\pi}{4}$

1) a)Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

b) En déduire la distance BC

2) Soit I le milieu du segment $[BC]$

Calculer la distance AI

3) Soit J le milieu du segment $[AB]$

Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AJ}$

4) Soit K tel que $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Montrer que les droites : (IJ) et (BK) sont perpendiculaires

Exercice4 : Soit ABC un triangle tel que $AB=1$ Et $BC=AC=\sqrt{2}$

I Le milieu du segment $[AB]$ et D un point tel que : $\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

1) Calculer CI
2) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AI}$

4) En déduire que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}$

Et en déduire $\cos BAC$.

5) Calculer : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ et en déduire la nature du triangle BAD

6) Soit le point M tel que : $-3\overrightarrow{MA}+7\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

a) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et calculer $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

b) Montrer que $(MD)\perp(AC)$

<u>Exercice5</u> : Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que : $AB=AD$ et $CD=CB$

1) Montrer que : les deux droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires

2) En déduire que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}$

3) Nous prenons dans cette question : $AB=AD=3cm$ et $(\overline{BAD})\equiv\frac{\pi}{4}[2\pi]$

a)Calculer : BD

b) En déduire $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

<u>Exercice6</u> : Soit $ABCD$ un carré de centre I et a la longueur de son côté ; on construit à l'extérieur un triangle équilatérale BCE

(Voir figure)

1) Soit J le milieu du segment $[AD]$ et K le milieu du segment $[BC]$

Calculer $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}$ en fonction de a

2) a)Montrer que : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

b) En déduire que : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE}=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

3) En utilisant les résultats de la question

Montrer que $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

Et en déduire: $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\tan\frac{7\pi}{12}$

$$\tan\frac{7\pi}{12}=\frac{\sin\frac{7\pi}{12}}{\cos\frac{7\pi}{12}}=\frac{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}}=\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2}{\sqrt{2}^2-\sqrt{6}^2}=\frac{8+2\sqrt{12}}{-4}=-2-\sqrt{3}$$